

| | |
|--|---------------------------------|
| PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a. | Hauptprüfung 2 0 0 3 |
| Fach : M a t h e m a t i k | Aufgabe 1 (Seite 1/2) |

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

1.1 Es ist $f(x) = \frac{1}{10}x^3 + \frac{1}{5}x^2 - \frac{3}{2}x$, $x \in \mathbb{R}$.

Ableitungen:

$$f'(x) = \frac{3}{10}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{3}{2}, \quad f''(x) = \frac{3}{5}x + \frac{2}{5}, \quad f'''(x) = \frac{3}{5}.$$

1

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:

x-Achse: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ oder $x^2 + 2x - 15 = 0$.

Daher hat man $N_1(0|0)$, $N_2(-5|0)$ und $N_3(3|0)$.

y-Achse: Offenbar ist $S_y = N_1$.

2

Hoch- und Tiefpunkte:

Es gilt: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{10}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{3}{2} = 0$.

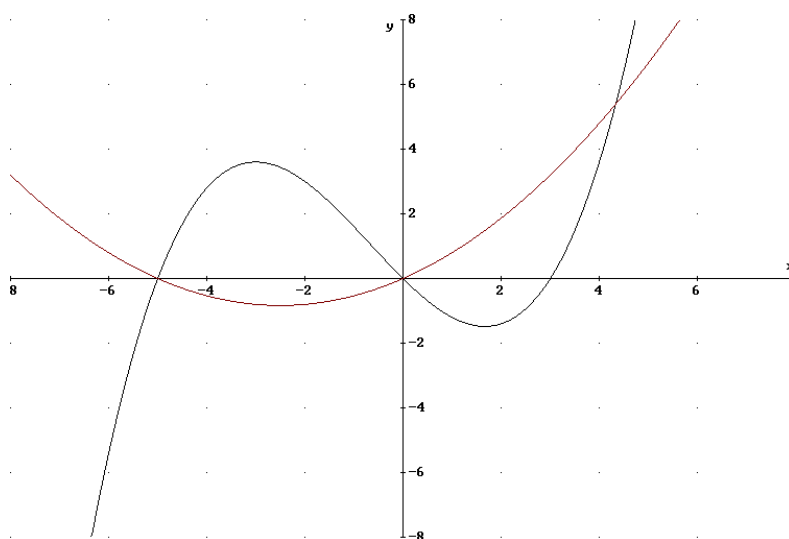
Daher sind $x_1 = -3$ und $x_2 = \frac{5}{3}$ Kandidaten für Extremstellen.

Wegen $f''(-3) < 0$ und $f''(\frac{5}{3}) > 0$ hat man den Hochpunkt $H(-3|\frac{18}{5})$ und den

Tiefpunkt $T(\frac{5}{3}|\frac{40}{27})$.

2

Zeichnung:



2

| | |
|--|---------------------------------------|
| PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a. | Hauptprüfung 2 0 0 3 |
| Fach : M a t h e m a t i k | Aufgabe 1 (Seite 2/2) |

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

- 1.2 Der Ansatz $f(x) = p(x)$ führt grundsätzlich zu den Integrationsgrenzen $x_1 = -5$, $x_2 = 0$ und $x_3 = \frac{13}{3}$. Da man sich aber nur für den *Unterschied* A der Flächeninhalte interessiert, genügt es

$$A = \int_{-5}^{\frac{13}{3}} (f(x) - p(x)) dx = \int_{-5}^{\frac{13}{3}} \left(\frac{1}{10}x^3 + \frac{1}{15}x^2 - \frac{13}{6}x \right) dx = \frac{5488}{1215} \approx 4,52$$

zu betrachten. Unterschied: $\approx 4,52$ FE

6

1.3 $f'(x) = \frac{3}{10}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{3}{2}$; $p'(x) = \frac{4}{15}x + \frac{2}{3}$

Es gilt: $f'(x) = -\frac{3}{2} \Rightarrow x_1 = 0$ oder $x_2 = -\frac{4}{3}$; $p'(x) = \frac{2}{3} \Rightarrow x_3 = 0$. Da beide Bedingungen zugleich erfüllt sein müssen, kommt nur $x_1 = x_3 = 0$ in Frage.

Damit ergibt sich die gesuchte Tangentengleichung: $t(x) = -\frac{3}{2}x$.

5

- 1.4 Ist $A(u)$ der Flächeninhalt des Dreiecks, so ist

$$A(1,5) = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot (p(1,5) - f(1,5)) = \frac{663}{320} \approx 2,07.$$

3

Allgemein hat man

$$A(u) = \frac{1}{2}(3-u)(p(u) - f(u)) = \frac{1}{20}u^4 - \frac{7}{60}u^3 - \frac{71}{60}u^2 + \frac{13}{4}u.$$

Lässt man sich z. B. das Schaubild dieser Funktion mit dem Taschenrechner anzeigen, so sieht man, dass die Maximalstelle nicht genau bei $u = 1,5$ liegt.

Man bekommt z. B. für $u = 1,3$ einen Flächeninhalt $A(1,3) \approx 2,11 > 2,07$.

4

- 1.5 Extremstellen von h : $x_1 = 0$, $x_2 = -5$ und $x_3 = 3$

Wendestellen von h : $x_4 = -3$ und $x_5 = \frac{5}{3}$.

Begründung:

Da h eine Stammfunktion von f ist, sind die aus 1.1 bekannten einfachen Nullstellen von f die Extremstellen von h .

Ebenso sind die einfachen Extremstellen von f die Wendestellen von h .

5